Referat: Bahnbestimmung nach dem Prinzip von Laplace, Methode von Stumpff – Herget.

Problem

Aus der beobachteten scheinbaren Bahn ist die räumliche Bahn des Himmelskörpers unter Zugrundelegung eines bestimmten Bewegungsmodells zu bestimmen. Dieses Bewegungsmodell wird hier folgendermaßen charakterisiert: Die Bahn des Himmelskörpers ist eine Kegelschnittlinie, in deren (einem) Brennpunkt die Sonne steht - die Bewegung erfolgt nach dem Newton'schen Gravitationsgesetz.

Die Ableitung der geometrischen und physikalischen Kenngrößen der Raumbahn, der Bahnelemente, erfolgt über die Koordinaten des heliozentrischen Ortes und der heliozentrischen Geschwindigkeit, die der Himmelskörper zu einem bestimmten Termin besitzt.

Lösung

1. Reduktion der Beobachtungen

Es sind mindestens drei Positionen samt zugehörigen Terminen erforderlich. Diese Beobachtungsdaten sind zunächst folgendermaßen aufzubereiten:

1.1. Die drei Termine müssen in Ephemeridenzeit (ET) ausgedrückt werden, siehe Sternfreunde-Seminar 1977;
1.2. Die sphärischen Koordinaten sind auf ein mittleres Normaläquinoktium (1950,0) oder auf den Jahresanfang zu reduzieren, es sind also Präzession und Aberration zu berücksichtigen, siehe Sternfreunde-Seminar 1976 und 1977.
1.3. Tägliche Parallaxe

$$\alpha' - \alpha = \frac{\varrho.\pi.\cos\varphi'}{\Delta}.\frac{\sin(\alpha-\theta)}{\cos\delta}$$

$$\delta' - \delta = \frac{\varrho.\pi.\sin\varphi'}{\Delta}.\frac{\sin(\gamma-\delta)}{\sin\gamma} \qquad worin \qquad \tan\gamma = \frac{\tan\varphi'}{\cos(\theta-\alpha)} \tag{1}$$

Es bedeutet:

α', δ' Topozentrische Rektaszension, Deklination
α, δ, Δ Geozentrische Rektaszension, Deklination, Entfernung
ϱ Geozentrischer Mittelpunktabstand des Beobachtungsortes
φ' Geozentrische Breite des Beobachtungsortes
π Äquatorial – Horizontalparallaxe der Sonne (8,8″), (8,7964″), (8,784"), (8,794148″)

$$\pi_{[sec]} = 3600 . \frac{deg}{rad} . \sin^{-1}\left(\frac{Erdradius}{Entfernung\ der\ Erde\ von\ der\ Sonne}\right)$$

θ Sternzeit der Beobachtung
φ Geographische Breite des Beobachtungsortes

Es gilt: $\varphi' = \varphi - 695{,}66''.sin\,2\varphi \qquad \varrho = 0{,}99832 + 0{,}0016835.\cos 2\varphi$

1.4.Lichtzeit

Infolge der endlichen Geschwindigkeit des Lichtes c wird ein Objekt zum Zeitpunkt t + Δt dort erblickt, wo es zur Zeit t stand: Δt = Δ / c.

Sowohl bei der Parallaxe als auch bei der Lichtzeit ist die Kenntnis von Δ erforderlich. Während die Parallaxe gleich nach dem ersten Rechnungsdurchgang, der ein genährtes Δ ergibt, angebracht wird, berücksichtigt man die Lichtzeit meist erst im letzten Iterations-schritt.

2. Das Verfahren von Stumpff - Herget

2.1. Grundlagen

Bedeuten:

X, Y, Z Rechtwinkelige, geozentrische Koordinaten der Sonne (aus dem Jahrbuch entnehmen),
x, y, z rechtwinkelige, heliozentrische Koordinaten des Himmelskörpers,
ξ, η, ζ rechtwinkelige, geozentrische Koordinaten des Himmelskörpers, so gi1t mit $\Delta, \propto, \delta$ wie oben:

$$\begin{aligned} \xi &= x + X = \Delta \cos\delta \cos\propto \\ \eta &= y + Y = \Delta \cos\delta \sin\propto \\ \zeta &= z + Z = \Delta \sin\delta \end{aligned} \qquad (2)$$

Dividiert man η, ζ durch ξ, so erhält man die von den beobachteten Koordinaten abhängigen Größen

$$\begin{aligned} U_i &= \tan\propto_i \qquad i = 1,2,3 \\ V_i &= \tan\delta_i \sec\propto_i \end{aligned} \qquad (3) \qquad \textit{und es gilt}$$

$$\begin{aligned} U_i\,.\,(x_i + X_i) &= y_i + Y_i \\ V_i\,.\,(x_i + X_i) &= z_i + Z_i \end{aligned} \qquad (3a)$$

$$\begin{aligned} U_i x_i - y_i &= P_i = Y_i - U_i X_i \\ V_i x_i - z_i &= Q_i = Z_i - V_i X_i \end{aligned} \qquad (4)$$

Nun werden die vier Wertetripel U_i, V_i, P_i, Q_i sowie ihre ersten beiden Ableitungen ermittelt. Diese Ableitungen erhält man aus der Taylorreihe

$$f_i = f_0 + \dot{f}_0\tau_i + \frac{1}{2}\ddot{f}_0\tau_i^2 + \cdots \qquad i = 1,2,3$$

wobei f_i die Funktionswerte, τ die Zwischenzeit in $\frac{1}{k}$ Tagen mit k = 0,01720209895 und f_0 die Funktion zur Epoche t_0 (entweder $t_0 = t_2$ oder $t_0 = \frac{t_1+t_2+t_3}{3}$) bedeutet.

Sind mehr als drei Örter gegeben, so lassen sich damit weitere Ableitungen eliminieren, was höchstens bis zur vierten Ableitung sinnvoll ist. Mit diesen Werten lassen sich die Funktionen von $1/r^3$ finden. $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ heliozentrische Geschwindigkeitskomponenten.

$$x = M + \frac{m}{r^3} \qquad und \qquad -2\dot{x} = L + \frac{1}{r^3} \qquad (5)$$

wobei gilt:

$$N = \left(\ddot{U}\dot{V} - \dot{U}\ddot{V}\right)$$
$$M = \left(\ddot{P}\dot{V} - \ddot{Q}\dot{U}\right) / N \qquad L = \left(\ddot{P}\ddot{V} - \ddot{Q}\ddot{U}\right) / N$$
$$m = \left(P\dot{V} - Q\dot{U}\right) / N \qquad l = \left(P\ddot{V} - Q\ddot{U}\right) / N$$

In Verbindung mit der geometrischen Beziehung $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ ergibt sich, worin r die Entfernung Komet-Sonne ist.

$$r^2 = x^2(1 + U^2 + V^2) - 2x\,(UP + VQ) + (P^2 + Q^2)$$

2.2. Lagrange'sche Schlüsselgleichung

Setzt man zur Abkürzung:

$$I = (1 + U^2 + V^2); \qquad J = (UP + VQ); \qquad K = (P^2 + Q^2)$$

so erhält man die Lagrange‘sche Schlüsselgleichung 8ten Grades in r

$$r^8 - r^6(M^2I - 2MJ + K) - r^3(2MmI - 2mJ) - m^2I = 0 \qquad (6)$$

Diese Gleichung wird am besten mit Hilfe eines programmierbaren Taschenrechners gelöst; sie besitzt 4 reelle Wurzeln. Davon ist eine Lösung negativ und somit, da r als Entfernung immer positiv sein muss, unbrauchbar. Es verbleiben 3 Lösungen, von denen r = 1, die Erdbahnlösung darstellt. Ist r = 1 die mittlere so lässt sich die Entscheidung treffen:

Ist $|\psi| > \frac{\pi}{2}$, so gilt meist r > R, siehe Abbildung. Sind beide nicht triviale Lösungen größer oder kleiner als 1, so kann erst durch eine weitere Beobachtung, die dann durch die unzutreffenden Bahnelemente nicht dar gestellt wird, die wahre Lösung ermittelt werden.

$$R \cos\psi = X \cos\delta \cos\alpha + Y \cos\delta \sin\alpha + Z \sin\delta \qquad (7)$$

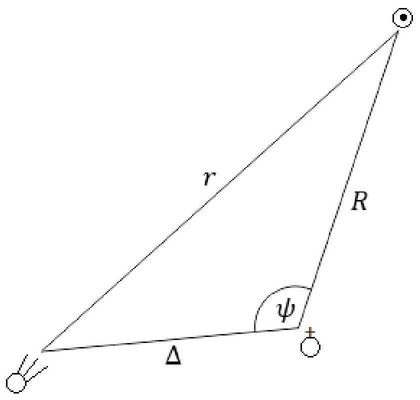
Worin $R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$

Mit r sind dann x und $\dot{x}$ aus (5) bekannt; y und z errechnen sich aus (4), für $\dot{y}$ und $\dot{z}$ gilt

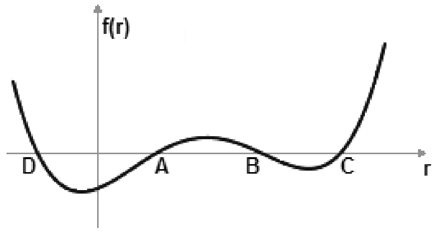
$$\dot{U}x + U\dot{x} - \dot{y} = \dot{P}\,; \qquad \dot{V}x + V\dot{x} - \dot{z} = \dot{Q} \qquad (8)$$

Damit ist ein genähertes System von Anfangswerten gewonnen worden.

Das Dreieck Sonne-Erde-Komet; der Winkel ψ



Die vier reellen Nullstellen der Schlüsselgleichung



3. Das Verbesserungsverfahren

3.1. Entwicklung der rechtwinkeligen heliozentrischen Koordinaten nach Potenzen der Zeit

Aus den Anfangswerten $x_0, y_0, z_0;\ \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$ berechnet man die x_i, y_i, z_i für alle t_i in der Form

$$x_i = F_i x_0 + G_i \dot{x}_0; \qquad y_i = F_i y_0 + G_i \dot{y}_0; \qquad z_i = F_i z_0 + G_i \dot{z}_0$$

Worin F und G Funktionen der Zwischenzeit $\tau = k(t - t_0)$ und der lokalen Invarianten, die bei uns $\mu_0, \sigma_0, \varepsilon_0$ heißen, sind:

$$\mu_0 = \frac{1}{r^3}; \qquad \sigma_0 = \frac{x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z}}{r^2}; \qquad \omega_0 = \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}{r^2} \qquad (9)$$

Worin $\omega_0 = \varepsilon_0 + \mu_0$ F und G lassen sich durch Potenzreihen darstellen:

$$\begin{aligned} F &= f_0 + f_1\tau + f_2\frac{\tau^2}{2!} + \cdots + f_n\frac{\tau^n}{n!} \\ G &= g_0 + g_1\tau + g_2\frac{\tau^2}{2!} + \cdots + f_n\frac{\tau^n}{n!} \end{aligned} \qquad (10)$$

worin

$f_0 = 1$ | $g_0 = 0$
$f_1 = 0$ | $g_1 = 1$
$f_2 = -\mu$ | $g_2 = 0$
$f_3 = 3\mu\sigma$ | $g_3 = -\mu$
$f_4 = -15\mu\sigma^2 + 3\mu\varepsilon + \mu^2$ | $g_4 = 6\mu\sigma$
$f_5 = 105\mu\sigma^3 - 45\mu\varepsilon\sigma - 15\mu^2\sigma$ | $g_5 = -45\mu\sigma^2 + 9\mu\varepsilon + \mu^2$

Zusatzinformationen zur Berechnung:

$$(uv)' = u'v + uv' \qquad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \qquad \frac{df}{dx} = \frac{df}{du}\frac{du}{dx}, f = f(u), u = u(x)$$

$$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\dot{r} = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}(2x\dot{x} + 2y\dot{y} + 2z\dot{z}) = \frac{x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z}}{r}$$

$$\mu = \frac{1}{r^3} \qquad \dot{r} = \frac{x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z}}{r}$$

$$\dot{\mu} = \frac{-3}{r^4}\,\dot{r} = -3\mu\sigma \qquad x\ddot{x} = -\mu x^2 \qquad \ddot{x} = -\mu x$$

$$\sigma = \frac{x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z}}{r^2}$$

$$\dot{\sigma} = \frac{-(x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z})2r\dot{r} + \left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 + x\ddot{x} + y\ddot{y} + z\ddot{z}\right)r^2}{r^4} =$$

$$= \frac{-(x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z})^2}{r^4} + \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}{r^2} - \mu\frac{x^2 + y^2 + z^2}{r^2}$$

$$\dot{\sigma} = -2\,\sigma^2 + \omega - \mu = -2\sigma^2 + \varepsilon$$

$$\omega = \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}{r^2} \qquad \dot{\omega} = -2\frac{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)(x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z})}{r^4} + 2\frac{\dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} + \dot{z}\ddot{z}}{r^2}$$

$$\dot{\omega} = -2\sigma\,\omega - 2\mu\sigma = -2\sigma\varepsilon$$

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\omega} - \dot{\mu} = \sigma(3\mu - 2\varepsilon)$$

$f_6 = -945\mu\sigma^4 + 630\mu\varepsilon\sigma^2 + 210\mu^2\sigma^2 - 45\mu\varepsilon^2 - 24\mu^2\varepsilon - \mu^3$
$g_6 = 420\mu\sigma^3 - 180\mu\varepsilon\sigma - 30\mu^2$

Allgemein gilt: $f_{n+1} = \dot{f}_n - \mu_0 g_n;$ $g_{n+1} = \dot{g}_n + f_n$

Üblicherweise reicht bei nicht allzu großen τ die Entwicklung bis zur 6. Potenz völlig aus.

3.2. Die Berechnung der Verbesserungen

Es seien $x_i^*,\ y_i^*,\ z_i^*$ die neu berechneten Koordinaten. Man bilde:

$$U_i^* = \frac{y_i^* + Y_i}{x_i^* + X_i}; \qquad V_i^* = \frac{z_i^* + Z_i}{x_i^* + X_i} \qquad (11)$$

$$\Delta U_i = U_i - U_i^*; \qquad \Delta V_i = V_i - V_i^*$$

Sind $\Delta x, \Delta y, \Delta z$; $\Delta\dot{x}, \Delta\dot{y}, \Delta\dot{z}$; ΔF_i; ΔG_i die anzubringenden Verbesserungen,
so gilt bei $t_2 \neq t_0$ (12)

$$G_i\,\Delta\dot{y} - U_i G_i\,\Delta\dot{x} + F_i\,\Delta y - U_i F_i\,\Delta x = (x_i + X_i)\,\Delta U_i + R_i$$

$$G_i\,\Delta\dot{z} - V_i G_i\,\Delta\dot{x} + F_i\,\Delta z - V_i F_i\,\Delta x = (x_i + X_i)\,\Delta V_i + R_i$$

worin mit i = 1,2,3

$$R_i = \Delta F_i\,[V_i(x_0 + \Delta x) - (y_0 + \Delta y)] + \Delta G_i\,[U_i(\dot{x}_0 + \Delta\dot{x}) - (\dot{y}_0 + \Delta\dot{y})]$$

$$S_i = \Delta F_i\,[V_i(x_0 + \Delta x) - (z_0 + \Delta z)] + \Delta G_i\,[V_i(\dot{x}_0 + \Delta\dot{x}) - (\dot{z}_0 + \Delta\dot{z})]$$

Ist $t_2 = t_0$, somit $\Delta y = U_2 \Delta x$; $\Delta z = V_2 \Delta x$, so vereinfachen sich die Formeln zu:

(13)

$$G_i\,\Delta\dot{y} - U_i G_i\,\Delta\dot{x} - F_i(U_i - U_2)\,\Delta x = (x_i + X_i)\,\Delta U_i + R_i$$

$$G_i\,\Delta\dot{z} - V_i G_i\,\Delta\dot{x} - F_i(V_i - V_2)\,\Delta x = (x_i + X_i)\,\Delta V_i + R_i$$

Eine Möglichkeit der Auflösung besteht darin, die R_i, S_i ganz zu vernachlässigen und nach jeder Iteration die $\Delta U, \Delta V$ mit (11) neu zu berechnen, bis sie 0 werden. Die letzte Iteration wird mit der um die Lichtzeit korrigierten Beobachtungszeit durchgeführt.

$$\Delta = (x_i + X_i)\sec\delta_i \sec\alpha_i \qquad (14)$$

4. Zusätzliche Beobachtungen

Sind mehr als drei Beobachtungen gegeben, so berechne man mit den aus einer früheren Bahnbestimmung stammendenden Anfangswerten $x_{0,}\ y_{0,}\ z_0$; $\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$ für alle Beobachtungszeiten t_i die Größen F_i, G_i, x_i, y_i, z_i; $\Delta U_i, \Delta V_i$ $f\ddot{u}r\ i = 1,2,3,\cdots,n.$

Es ergeben sich aus (12) 2n Gleichungen und damit 2n-6 Übereinstimmungen. Vernachlässigt man die $R_i, S_i,$ so lassen sich die Gleichungen

$a_i . \Delta x + \cdots + f_i . \Delta z = g_i$ (in der allgemeinsten Form)

mit einer Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate nach den 6 Unbekannten auflösen. Es ist sinnvoll, die Epoche t_0 in die Mitte des alle Beobachtungen überdeckenden Intervalls mit Hilfe der Entwicklungsformen F_0, G_0 zu legen.

5. Die Bahnelemente

Von der Berechnung der Kegelschnittselemente aus den lokalen Elementen müssen noch die in allgemeinen rechtwinkeligen heliozentrischen Äquatorkoordinaten x, y, z in ekliptikale Koordinaten umgewandelt werden:

$$\overline{x} = x; \quad \overline{y} = y\cos\varepsilon + z\sin\varepsilon; \quad \overline{z} = z\cos\varepsilon - y\sin\varepsilon$$

Worin die Schiefe der Ekliptik ε, für den Beobachtungstermin berechnet werden muss, siehe Sternfreunde-Seminar 1977.

Man erhält nun die Bahnelemente i (Bahnneigung), Ω (Länge des aufsteigenden Knotens) und den Bahnparameter p aus:

$$\begin{aligned} \sqrt{GM}\sqrt{p}\,.\sin i\,.\sin\Omega &= \overline{y}\dot{\overline{z}} - \overline{z}\dot{\overline{y}} \\ \sqrt{GM}\sqrt{p}\,.\sin i\,.\cos\Omega &= \overline{z}\dot{\overline{x}} - \overline{x}\dot{\overline{z}} \qquad (15) \\ \sqrt{GM}\sqrt{p}\,.\cos i &= \overline{x}\dot{\overline{y}} - \overline{y}\dot{\overline{x}} \end{aligned}$$

Mit dem Argument der Breite u aus:

$$r.\sin u\,.\sin i = z$$

Und der wahren Anomalie ν ergibt sich die numerische Exzentrizität e:

$$\begin{aligned} e.\cos\nu &= \frac{p}{r} - 1 \qquad (16) \\ e.\sin\nu &= \frac{\sqrt{p}}{r}(x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z})\,.\,\frac{1}{\sqrt{G(M+m)}} \end{aligned}$$

Ferner folgt das Argument des Perihels ω, die große Halbachse a und die Periheldistanz q aus:

$$a = \frac{p}{1-e^2} \quad (17) \qquad q = \frac{p}{1-e} \quad (18) \qquad \omega = u - \nu \quad (19)$$

Der Periheltermin T ergibt sich aus:

$$T = t_0 - \frac{1}{k}\tau_0 \quad (20)$$

Und τ_0 ergibt sich je nach der Bahnform:

a) Parabolische Bahn, e = 1

$$\tau_0 = \sqrt{\frac{2q^3}{G.(M_\odot + m)}}.\left(\tan\frac{\nu}{2} + \frac{1}{3}tan^3\ \frac{\nu}{2}\right)$$

b) Elliptische Bahn, 0 < e < 1:

$$\tau_0 = \sqrt{+a^3}.(E - e.\sin E);\quad E\ berechnet\ aus:$$

$$tan\frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}.\tan\frac{\nu}{2}$$

c) Hyperbolische Bahn, e > 1:

$$\tau_0 = \sqrt{-a^3}.\left(e.\tan H + \ln tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{H}{2}\right)\right);\quad H\ berechnet\ \ man\ aus:$$

$$tan\frac{H}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}.\tan\frac{\nu}{2}$$

Mit diesen Bahnelementen lässt sich dann die Ephemeride berechnen; siehe Sternfreunde-Seminar 1977.

6. Anmerkungen

Die Größen U, V, P, Q müssen im ganzen Intervall stetig sein und möglichst flach verlaufen.
Wenn sich die α bzw. δ 90° oder 270° nähern, so hat man statt wie nach (3) die Größen U, V, P, Q folgendermaßen zu bilden:

a) $U = \tan\delta.cosec\ \alpha;\quad V = \cot\alpha;\qquad P = Z - UY;\quad Q = X - VY$
b) $U = \cot\delta.\cos\alpha;\quad V = \cot\delta\sin\alpha\ ;\qquad P = X - UZ;\quad Q = Y - VZ$

Die übrigen Ausdrücke ergeben sich durch zyklische Vertauschung. Fallen die drei sphärischen Örter auf einen größten Kreis, liegen die drei sphärischen Örter in der Ekliptik (Äquator) oder fallen zwei sphärische Örter zusammen (Schleife), so muss noch ein weiterer sphärischer Ort hinzugenommen werden.

In der hier behandelten Lösung des Bahnbestimmungsproblems wurden sämtliche Störungen vernachlässigt, weil sie über ein kurzes Zeitintervall in ihrer Wirkung kleiner als die zufälligen Beobachtungsfehler gelten dürfen.

7. Beispiel

Komet 1975 IX = 1975 h (Kobayashi-Berger-Milon)
Beobachtungen: Dr. Herbert Fiala, Kaumberg NÖ, Teleobjektiv 75/ 135mm,
siehe Referat „Amateuraufnahmen von Kometen; Beobachtungsergebnisse“.

	1975 UT	Rekt 50,0	Dekl 50,0	m	Koma	Schweif
I	Jul.26, 92118	15h59m34s	+58°44,5‘	7“	12‘	
II	Jul.34,85243	13 11 57	+53 18,9	5	12	2°
III	Jul.40,85694	12 22 00	+47 56,3	6	14	4

Umwandlung der Weltzeiten UT in Ephemeridenzeiten ET: ET = UT + 46^s;
Äquatoriale, geozentrische Sonnenkoordinaten X, Y, Z aus den „Astronomical Ephemeris 1975"

	1975 ET	X 50,0	Y 50,0	Z 50,0
I	Jul.26,92171	-0,55211775	0,7820058	0,33991009
II	Jul.34,85296	-0,6592595	0,7076770	0,3068669
III	Jul.40,85747	-0,7326349	0,6429019	0,2787825

Kometenörter, verbessert auf Fixsternabbaration;

	1975 ET	α 50,0	δ 50,0
I	Jul.26,92171	239,89583	+58,74639^o
II	Jul.34,85296	197,98333	+53,32000
III	Jul.40,85747	185,49583	+47,94250

Für $t_0 = t_2$:

$U = 0{,}32459806$ $V = -1{,}411539542$ $r = 0{,}888$ AE
$\tau_1 = -0{,}136434147$ $\tau_3 = 0{,}103290175$

Genäherte Anfangswerte:

$x = 0{,}3952152$ $\dot{x} = -0{,}6727457$
$y= -0{,}7933853$ $\dot{y} = 1{,}2509567$
$z = 0{,}0658421$ $\dot{z} = 0{,}7713352$

$\mu_0 = 1{,}42810817$ $F_1 = 0{,}98900209$ $G_1 = -0{,}135981902$
$\sigma_0 = -153140936$ $F_3 = 0{,}990951867$ $G_3 = 0{,}102951231$
$\varepsilon_0 = 1{,}884888075$

1. Iteration

$x = 0{,}3931819$ $\dot{x} = -0{,}6078795$
$y= -0{,}7940455$ $\dot{y} = 1{,}0412318$
$z = 0{,}0687125$ $\dot{z} = 0{,}9880892$

Verbesserung der Parallaxe:

$U = 0{,}32471594$ $V = -1{,}41167430$

Verbesserung der Lichtzeit:

$\tau_1 = -0{,}136418321$ $\tau_3 = 0{,}103276241$
$F_1 = 0{,}98869881$ $G_1 = -013594480$
$F_3 = 0{,}99126832$ $G_3 = 0{,}10295413$

2. Iteration

$x = 0{,}3963375$ $\dot{x} = -0{,}5472684$ $\overline{x} = 0{,}3963375$ $\dot{\overline{x}} = -0{,}5472684$
$y = -0{,}7930469$ $\dot{y} = 1{,}0221599$ $\overline{y} = -0{,}7020310$ $\dot{\overline{y}} = 1{,}3174229$
$z = 0{,}0641891$ $\dot{z} = 0{,}9541936$ $\overline{z} =0{,}3744277$ $\dot{\overline{z}} = 0{,}4687145$
$\tau_0 = -0{,}558188$ $\upsilon = 267{,}36^o$

Es ergeben sich folgende Bahnelemente:

T	Periheltermin	+1975 09 05,300 ET
ω	Perihelargument	177,85° (+1950,0)
Ω	Knotenlänge	295,41° (+1950,0)
i	Bahnneigung	81,38° (+1950,0)
q	Periheldistanz	0,42395 AE
e	Numerische Exzentrizität	1,00203
H_{10}	Reduzierte Helligkeit	$+7{,}3^m$ (m_1)

Man vergleiche dieses Ergebnis mit dem definitiven Elementensatz aus dem „Catalogue of Cometary Orbits" von B.Maraden, der aus 296 scharfen Positionen über einen Bereich von Juli bis Dezemeber 1975 abgeleitet wurde und die Störungen von 5 Planeten berücksichtigt:

T	Periheltermin	+1975 09 05,3348 ET
ω	Perihelargument	116,9756° (+1950,0)
Ω	Knotenlänge	295,6526° (+1950,0)
i	Bahnneigung	80,7779° (+1950,0)
q	Periheldistanz	0,425561 AE
e	Numerische Exzentrizität	1,000095

In Anbetracht der sehr kurzen Aufnahmebrennweite von nur 135mm, von nur drei Beobachtungen und der Vernachlässigung der Planetenstörung ist das Ergebnis erfreulich gut!

<u>Literatur</u>

K.Stumpff, Himmelsmechanik Bd.1 VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1959

F. Brünnow, Lehrbuch der Sphärischen Astronomie, Verlag C.Bertelsmann, Gütersloh 1880.

B.Marsden, Catalogue of Cometary Orbits, IAU Central Bureau for Astronomical Telegrams, 3rd Edition, Cambridge 1979.

Robert Weber
Reclamgasse 8
A-1220 Wien